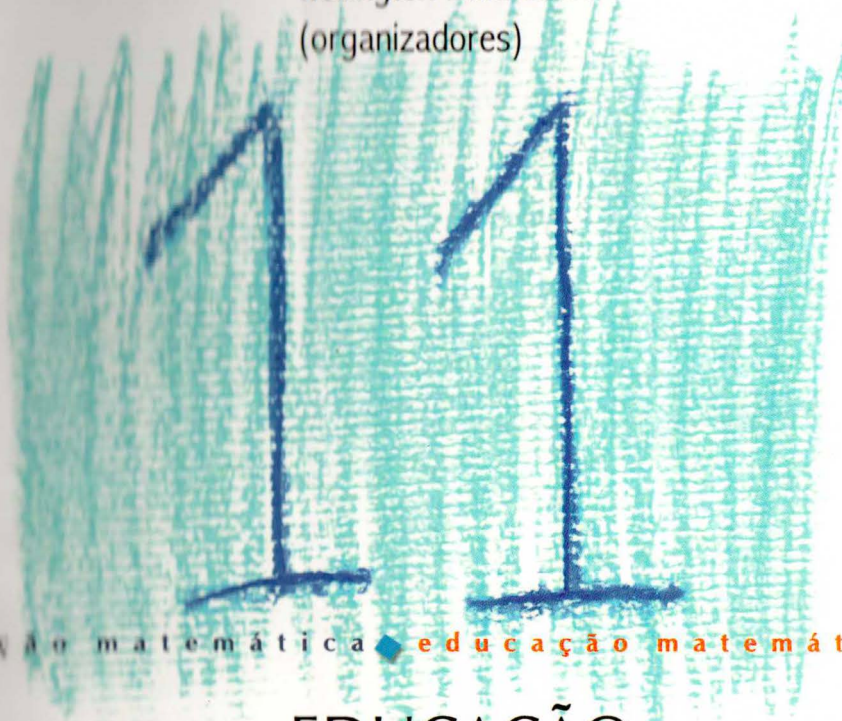


Vanessa Dias Moretti
Wellington Lima Cedro
(organizadores)



educação matemática educação matemática

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A TEORIA HISTÓRICO- CULTURAL

UM OLHAR SOBRE AS PESQUISAS

D

175

MERCADO[®]
LETRAS

VII. A TEORIA DA OBJETIVAÇÃO E SEU LUGAR NA PESQUISA SOCIOCULTURAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA¹

Luis Radford

A pesquisa sociocultural na educação matemática

A Teoria da Objetivação (TO) é uma teoria educacional que se concentra nos problemas do ensino e da aprendizagem e para isso se baseia na filosofia de Hegel (1830[1991]) e no subsequente materialismo dialético desenvolvido por filósofos como Marx (1932[1998]) e Ilyenkov (1977). O suporte filosófico dialético da teoria da objetivação significa, entre outras coisas, que a TO está

-
1. Texto traduzido por Vanessa Dias Moretti. Este capítulo é um resultado de um programa de investigação financiado pelo conselho de pesquisa em ciências sociais e humanas do Canadá / le conseil de recherches en sciences humaines du canada (sshr / crsh). Uma versão anterior de duas seções deste texto está publicada na enciclopédia de filosofia e teoria educacional (Peters, M. A., ed.), seção “educação matemática” (Valero, P. e Knijnik, G., eds.).

inserida em uma linha de pensamento na qual os seres humanos não podem ser concebidos como apartados do mundo e de suas culturas. Nesse sentido, a TO faz parte do crescente campo das teorias educacionais socioculturais contemporâneas (Atweh, Foras e Nebres 2001; Cantoral 2013; Lave e Wenger 1991) que se baseiam em teorias socioculturais gerais desenvolvidas nos campos da sociologia e da antropologia (por exemplo, Bourdieu, 1998; Lévi-Strauss, 1962). O denominador comum de tais teorias não é o princípio de que os seres humanos estão de algum modo “relacionados” a sua cultura. Seu denominador comum é antes a alegação de que os seres humanos são *consubstanciados* com a cultura na qual eles vivem suas vidas. Em outras palavras, o que os seres humanos pensam, fazem, sentem, imaginam, esperam e sonham está profundamente enredado em sua cultura. Em grande medida, as diferenças entre as teorias socioculturais em sociologia e antropologia aparecem de acordo com a maneira pela qual a consubstancialidade acima mencionada é teoricamente tematizada e compreendida. Na evolução das teorias socioculturais, essas diferenças não apareceram de repente (Durkheim 1912[1965]; Lévi-Strauss 1962). Tampouco foram claramente formuladas (Shweder e LeVine 1984).

No campo da educação matemática, durante as décadas de 1980 e 1990, houve uma necessidade premente de oferecer alternativas para:

- (1) as abordagens de aprendizagem individualistas que dominavam o campo (ver Lerman 1996a, 1996b), e
- (2) a concepção Eurocêntrica da matemática (ver, por exemplo, Bishop 1988, D'Ambrosio 1985).

Para responder a essas necessidades gerais, alguns pesquisadores da educação matemática tentaram encontrar concepções de mente orientadas socialmente, historicamente e

culturalmente, e uma concepção de psicologia mais ampla do que a estreita concepção idealista centrada no sujeito, inspirada pelas ciências naturais. Esses pesquisadores da educação matemática abordaram, de maneiras diferentes e de perspectivas diferentes, a questão da consubstancialidade dos indivíduos e sua cultura e acabaram se concentrando em diferentes problemas, como por exemplo, linguagem e discurso, cultura material e seu efeito na cognição do indivíduo, o contexto sociocultural e político do ensino e da aprendizagem da matemática, e as maneiras subsequentes de fazer matemática e pensar matematicamente.

Essa gama de problemas é, de fato, o que transparece em uma visão geral da pesquisa sociocultural publicada nas primeiras vinte e nove reuniões do International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), isto é, as reuniões do PME entre 1978 e 2005. Nesta visão geral, Lerman identificou quatro categorias cruciais:

1. Psicologia cultural, incluindo trabalhos baseados em Vygotsky, teoria da atividade, cognição situada, comunidades de prática, interações sociais e mediação semiótica.
2. Etnomatemática.
3. Sociologia, sociologia da educação, pós-estruturalismo, hermenêutica e teoria crítica.
4. Discurso, para incluir perspectivas psicanalíticas, linguística social e semiótica (Lerman 2006, p. 351).

Embora cada uma dessas categorias não possa ser considerada estritamente separada ou independente das outras, podemos reconhecer os primeiros representantes da primeira categoria nas obras de Bartolini Bussi (1991), Bishop (1985) e Lerman (1992). Dois representantes da categoria Etnomatemática são Bishop e Pompeu (1991), e Lea (1990), enquanto Atweh e

Cooper (1991), por um lado, e Ellerton (1991), por outro lado, são representantes da terceira e quarta categorias de Lerman, respectivamente.

Em maior ou menor grau, esses pesquisadores estavam interessados em compreender o papel da cultura, da história e da sociedade nas concepções de matemática e nas ideias sobre o aprendizado dos estudantes – conceitos e ideias que ainda estamos tentando entender e que estão longe de ser resolvidas. Bartolini Bussi (1991) e Bartolini Bussi e Mariotti (1999, 2008), por exemplo, recorreram ao trabalho de Vygotsky para investigar o papel da interação e o papel dos artefatos culturais na sala de aula; eles chamaram a atenção para o problema da mediação semiótica. Arzarello e colaboradores também se focaram nos artefatos e, mais especificamente, nos signos matemáticos e sua evolução (Arzarello, Bazzini e Chiappini 1994). Inspirado também pelo trabalho de Vygotsky (1987) e da psicologia discursiva (Harré e Gillet 1994), Lerman (1996b) estudou o papel da linguagem na constituição da intersubjetividade. Boero, Pedemonte e Robotti (1997) investigaram a emergência da conceitualização matemática dos estudantes como um fenômeno no entroncamento da filogênese e da ontogênese através da historicidade do discurso.

Esses estudos pioneiros trouxeram uma concepção diferente da linguagem, interação e cultura material. O trabalho de Boero e sua equipe, por exemplo, voltou-se para o trabalho de Bakhtin (1979[1986]) e seus conceitos de linguagem e intersubjetividade. Os conceitos de linguagem e intersubjetividade de Bakhtin estão certamente em desacordo com o conceito de linguagem da psicologia tradicional e sua ideia do indivíduo como uma entidade autônoma que vem ao mundo, de alguma forma, dotado do mecanismo cognitivo interno necessário para seu desenvolvimento intelectual. Mais recentemente, Sfard (2001), baseando-se também em Vygotsky,

sugeriu que o pensamento – uma das características humanas tradicionalmente considerada a mais privada e pessoal – tem suas raízes no plano social da comunicação: “pensar”, diz Sfard (p. 26) “surge como uma versão privada modificada da comunicação interpessoal”.

Onde se situa a TO face às tendências socioculturais? Nas próximas seções, esboço os fundamentos teóricos e a orientação prática da TO.

Os fundamentos teóricos da TO

Eu começo esta seção com uma discussão dos conceitos de professores e estudantes como expresso pela TO. Então, passo a tipos de teorização no ensino e na aprendizagem da matemática, centrados na linguagem. Isto é seguido por uma discussão do conceito de atividade como articulado no materialismo dialético. Tal conceito aparece como o conceito central na TO. O conceito, no entanto, é reformulado como trabalho conjunto por razões que são explicadas a seguir.

Professores e estudantes

Deixe-me fazer referência a uma lição de matemática em uma classe de quarto ano (estudantes de nove e dez anos), onde a professora e os estudantes estão lidando com o seguinte problema envolvendo um cofrinho.

Para seu aniversário, Marc recebe um cofrinho com um dólar. Ele economiza dois dólares por semana. No final da primeira semana ele tem três dólares; no final da segunda semana ele tem cinco dólares, e assim por diante.

A professora forneceu aos estudantes fichas de bingo de duas cores (azul e vermelho) e taças de plástico numeradas

destinadas a representar a semana 1, semana 2, etc., e convidou-os a modelar o processo de poupança até a semana 5. Baseado nesse modelo, a professora convidou os estudantes a encontrar a quantidade de dinheiro economizada no final das semanas 10, 15 e 25.

Aqui está um trecho da discussão de um grupo de três estudantes (Albert a esquerda; Krysta no meio, e Manuel à direita).

Krysta: Então, devemos fazer. . . Isso (ver imagem 1 na Figura 1) vezes dois. Então 11... . .

15. Albert: 11 mais 11. . . 22.

16. Krysta: 22.

17. Albert: (Ele ri.)

18. Krysta: No final de. . Ok, no final. . .

19. Albert: Bem, espere. . . Não. Seria 11 mais 10 porque. . .

20. Krysta: (Ela aponta para a semana 5.) 5.

21. Albert: (Ele aponta para a ficha de bingo azul.) Nós sempre começamos com o. . . [ficha azul] (ver imagem 2 na Figura 1).

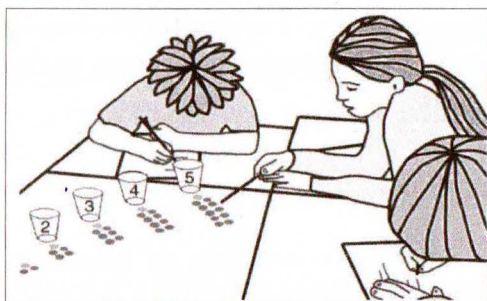
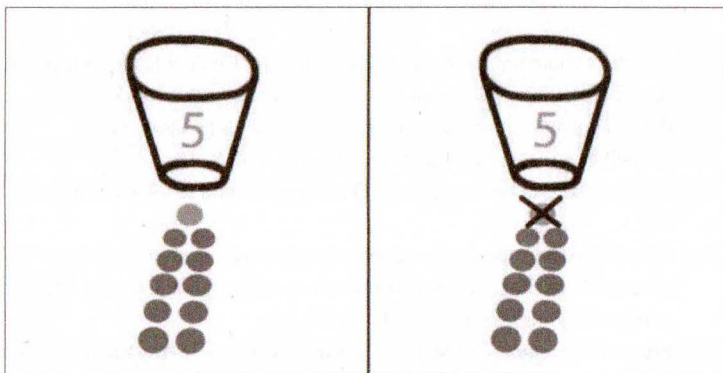


FIGURA 1. acima (foto 1), Krysta aponta para as fichas de bingo na frente da semana 5. abaixo (foto 2), Albert aponta para o chip de bingo azul



Como podemos ver, para responder à pergunta sobre a semana 10, os estudantes recorrem a uma “estratégia de duplicação”. Eles somam a quantidade de dólares economizados até a semana 5, dobram esse valor e retiram um do total, o que corresponde a uma ficha azul de bingo, uma vez que há sempre uma e apenas uma ficha de bingo azul em uma semana (ver Figura 2).

FIGURA 2. A estratégia da duplicação, com a remoção correspondente de uma ficha de bingo. Na semana 10, o valor de poupança é de $11 + 10$ dólares



A razão não é perfeitamente articulada por Albert nas linhas 19 e 21, mas seu claro gesto de apontar ajuda a ilustrar a explicação pretendida.

A “estratégia de duplicação” pode ser aplicada a outros casos, como os estudantes observaram. Assim, para encontrar a quantidade de dinheiro poupado no final de, digamos a semana 25, observamos alguns grupos começam a partir da semana 5; por duplicação, eles obtêm a quantidade de dinheiro poupado na semana 10. Eles dobram novamente e adicionam a quantidade da semana 5, lembrando-se de remover a ficha azul extra que foi adicionada no processo. A estratégia funciona bem, mas é

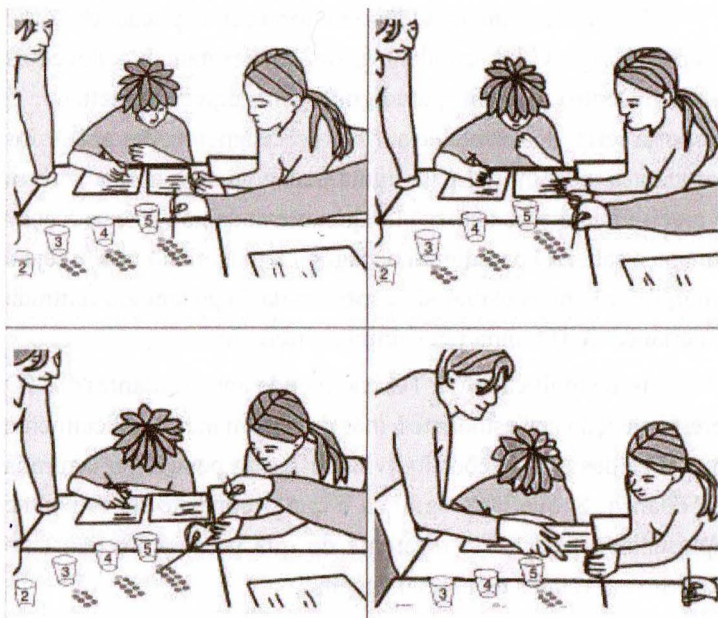
trabalhosa para determinar a quantidade poupada em semanas “distantes”, como a semana 78 ou 103.

Continuemos com o problema do cofrinho. Quando a professora foi ver o trabalho de Krysta e seus companheiros de equipe, ela percebeu que os estudantes estavam recorrendo à “estratégia de duplicação”. A discussão foi a seguinte:

22. Sra. Giroux: O que eu acho interessante aqui é que [no seu modelo] você tem fichas de bingo de duas cores. O que isso significa?
23. Krysta: Porque o azul era o que ele já tinha.
24. Manuel: Sim, porque [o problema da história] diz que o cofre tinha um dólar.
25. Albert: O cobre tinha um dólar, então aqueles (ele aponta em sequência para todas as fichas de bingo azuis das semanas 1 a 5) são todos os dólares que ele já tinha (agora, ele aponta para as fichas de bingo vermelhas das semanas 1 a 5) somados a 2, 4, 6, 8, 10.
26. Sra. Giroux: Está bem, está bem. O que aconteceria se fosse a semana 10?
27. Albert: Bem (ele aponta para a semana 5.), acrescentamos tudo isso novamente (ele faz um gesto arrebatador: veja a Figura 3, fotos 1 e 2), porque sabemos que $5 + 5 = 10$, então. . .
28. Krysta: (Interrompendo) Mais. . . Nós adicionamos. . . Nós adicionamos tudo isso (ela aponta para as fichas de bingo vermelhas na semana 5, veja a Figura 3, imagem 3) não o azul (ela aponta para a ficha de bingo azul). . .
29. Sra. Giroux: (Tentando tornar perceptível para os estudantes a estrutura co-variacional) O que você observa sobre a semana 5 (ela mostra o copo correspondente à semana 5) e (ela aponta para as fichas de bingo vermelhas, veja a Figura 3, imagem 4) o número de fichas de bingo? (Ela faz as mesmas ações) A quarta semana e o número de fichas de bingo?
30. Albert: É sempre duas vezes. . .
31. Sra. Giroux: (Repetindo) É sempre duas vezes.
Krysta: É o dobro do que você. . . Não! (Ela observa os artefatos intensamente por um tempo) Estou confusa!
33. Albert: Sim! É duas vezes, olhe! (Ele conta as fichas vermelhas) $1 + 1, 2; 2 + 2, 4; 3 + 3, 6; 4 + 4$
34. Krysta: (Interrompendo) 8.
35. Albert: (Ao mesmo tempo) 8.

36. Krysta: $5 + 5$, 10.
37. Albert: (Ele aponta para as fichas de bingo na semana 5) $5 + 5$, 10.
38. Krysta: Legal. É duas vezes a semana. . .
39. Sra. Giroux: Então, se os vermelhos são duas vezes [o número da semana], o que acontece com a ficha de bingo [azul]. . . (Ela aponta para a ficha de bingo azul na semana 5)?
40. Krysta: Mais 1.

FIGURA 3. Os estudantes e a professora discutem a estratégia para encontrar o número de fichas de bingo na semana 10



Das linhas 22 a 28, os estudantes explicam sua estratégia à professora. A estratégia não é identificada com um rótulo (como a “estratégia de duplicação” ou algo assim); em vez disso, a estratégia é explicada em ação, por meio de palavras e gestos. Na linha 29, algo extraordinário acontece. De fato, na linha 29, a professora tenta introduzir o que parece ser uma nova abordagem para perceber as coisas: Ela diz: “O que você observa sobre a semana 5 e o número de fichas de bingo? A quarta semana e o

número de fichas de bingo?”. No final da passagem, os estudantes parecem começar a notar uma relação co-variacional entre o número da semana e as fichas vermelhas e azuis.

Podemos fazer várias perguntas relacionadas a passagem anterior. Por exemplo: O que os estudantes estão aprendendo? Como eles estão aprendendo isso? Podemos também fazer perguntas sobre a professora, tais como: Qual é a natureza da sua intervenção? Sua intervenção é apropriada?

Se estamos interessados em fornecer explicações sobre a aprendizagem dos estudantes, do que exatamente devemos tratar? Dentro de um paradigma pedagógico Piagetiano, a resposta seria: dos estudantes. Mais precisamente, das ações dos estudantes, pois em tal paradigma pedagógico, a aprendizagem é precisamente o que emana do que os estudantes fazem. A ação emana o saber. O paradigma pedagógico piagetiano talvez seja a interpretação mais elaborada e sofisticada da pedagogia centrada na criança. A TO toma um caminho diferente.

Isso significa que a TO não atende aos estudantes? A TO presta atenção aos estudantes, mas de uma maneira radicalmente diferente das explicações individualistas da pedagogia centrada na criança. O que isso significa é que o conceito de estudante apresentado pela TO é diferente do que geralmente tem sido exposto em relatos de aprendizagem.

Admito que o problema de mudar para uma concepção diferente de estudante não é fácil, pois há de uma longa tradição histórica que considera a aprendizagem do estudante como o resultado de suas próprias ações. Encontramos essa ideia claramente articulada no programa pedagógico “Ensino Universal” do educador francês Joseph Jacotot (1770-1840) no século dezanove. A ideia fundamental de Jacotot era que qualquer pessoa pode aprender qualquer coisa sozinha. Não precisamos

ensinar os estudantes. Eles aprenderão por eles mesmos. Como diz Jacotot (1828, p. 25) a seus estudantes: “Vocês não conhecem o cálculo integral, mas podem aprender sem explicações”. Essa concepção de aprendizagem como resultado dos próprios atos do estudante, endossada por pedagogias construtivistas, tornou-se uma espécie de segunda natureza na educação matemática.

É por isso que a intervenção da Sra. Giroux na linha 29 pode ser perturbadora. Na verdade, a intervenção da Sra. Giroux pode parecer invasiva e interferir com as conceitualizações e aprendizagem dos estudantes.

Se pusermos em suspenso por um segundo a ideia de que conceitos, significado e intencionalidade não precisam necessariamente emanar do estudante para que ele possa realmente entender e aprender matemática? Não estou defendendo – e devo apressar-me e, esclarecer isso – uma pedagogia na qual o professor diga aos estudantes como resolver os problemas e pensar matematicamente. O que estou dizendo é que, infelizmente, a pesquisa e a prática educacional têm estreitado o relacionamento professor/aluno a duas possibilidades: (A) ou a aprendizagem emana dos estudantes ou (B) os estudantes recebem o saber do professor. Esta posição teórica “ou (A) ou (B)” é o que Lerman (1996b) chama em sua crítica do construtivismo de alternativa absolutista. Seguindo Lerman, afirmo que a posição absolutista leva a considerar a relação professor/aluno de uma forma muito simplista e estreita. A ideia de que os estudantes recebem saber supõe que o saber possa ser transmitido de um indivíduo para outro (de um emissor para um receptor). Esta é a ideia principal do modelo pedagógico transmissivo – e é realmente muito ingênuo. Recorre a uma ideia muito simplista de saber (o saber é conceituado como algo que os indivíduos possuem ou não, consequentemente como um conceito mercantilizado de saber), e uma ideia muito superficial e harmônica de professor e do

aluno. Dentro da posição absolutista, a única solução possível parece ser que o saber tem de começar e resultar dos atos dos estudantes. Essa é a posição que Williams (2016) adota em sua crítica ao livro de Roth e Radford (2011). Suportado por uma posição teórica idealista e armado com um jargão marxista superficial, Williams acaba adotando as ideias de saber e de estudante do construtivismo e da pedagogia piagetiana.

A crítica de William talvez seja um sinal das dificuldades que resultantes da tentativa de superar a posição absolutista. Já em seu trabalho inicial, Vygotsky reivindicou um papel crucial para o estudante em seu próprio aprendizado sem, no entanto, reduzir o aprendizado aos atos dos estudantes. Assim, Vygotsky disse que a velha pedagogia, “tratou o aluno como uma esponja que absorve novo saber”. Elaborando a ideia em mais detalhe, ele alegou que “a suposição de que o aluno é simplesmente passivo é o maior dos pecados, já que toma como fundamento a falsa regra de que o professor é tudo e o estudante nada” (Vygotsky 1926[1997, p. 48]).

O problema é não negar aos estudantes seu papel na aprendizagem. E a solução é não adotar a outra opção da posição absolutista. Se concordarmos em suspender a ideia de que a aprendizagem tem que vir das ações dos estudantes, o episódio da sala de aula mencionado na seção anterior aparece sob uma nova luz. Parece muito mais complexo. Isso exige que vejamos a intervenção da Sra. Giroux através de novas lentes. Em outras palavras, suspender a ideia de que o aluno é a origem do saber e que seu ambiente é meramente um “treino facilitador para se tornar mais socializado e intelectualmente engajado” (Martin 2004, p. 197), exige compreender o ensino e a aprendizagem de uma maneira diferente. Não só o conceito de aluno tem que ser revisitado, mas também o conceito de professor. O professor,

argumentou Vygotsky, não pode ser retratado como aquele que injeta saber na mente do aluno. De fato,

assim como um jardineiro estaria agindo tolamente se ele tentasse afetar o crescimento de uma planta diretamente puxando suas raízes com as mãos por debaixo da planta, assim o professor está em contradição com a natureza essencial da educação se ele volta todo seu esforço para influenciar diretamente o aluno. (Vygotsky 1926[1997, p. 49])

Recentemente, tem havido uma quantidade muito grande de pesquisa sobre o professor. No entanto, em grande medida, o professor é frequentemente retratado como um agente técnico cuja missão é entregar um currículo (Brown 2010). Esta é uma visão muito restritiva do professor, a qual o educador canadense Ted Aoki criticou por reduzir o professor a um “professor-implementador competente”, isto é

alguém que tem habilidades e técnicas orientadas para um controle eficiente. Tal visão de implementação como um saber-como-fazer é inserida no referencial científico e tecnológico de pensamento / ação que reduz a competência humana à razão instrumental e à ação instrumental. Aqui, o professor é visto como um ser governado por regras e regido por regras sendo lançado dentro de um *ethos* manipulador, um *ethos* no qual mesmo seu futuro é concebido em termos de regras. (Aoki, *apud* Pinar e Irwin 2005, p. 113)

Em resumo, o conceito de professor e de estudante que a TO traz consigo não é o conceito de seres autossuficientes e feitos por si próprios, que já conhecem seus assuntos. Professores e estudantes são conceitualizados como subjetividades em elaboração, ou como projetos de vida. Em vez de serem

considerados como algo já dado, como fontes de saber e intencionalidade, eles são considerados como abertura para o mundo. A TO concebe os professores e os estudantes como seres humanos em fluxo, como projetos inacabados, em busca de si mesmos, empenhados num mesmo esforço onde sofrem, lutam e encontram satisfação juntos.

Vendo o episódio do cofrinho através das lentes da TO, a Sra. Giroux aparece como engajada com Albert, Krista e Albert. A Sra. Giroux não está fazendo a mesma coisa que os estudantes. No entanto, eles parecem trabalhar juntos, tentando trazer à tona uma forma de pensamento co-variacional sobre sequências. O que eles estão fazendo é a criação do que Hegel (1837[2001]) chamou, em um contexto mais geral, um trabalho comum. Na TO o trabalho comum é definido como a aparência sensível do saber (por exemplo, a aparência sensível de uma forma de pensamento algébrico co-variacional ou estatístico através da apresentação e resolução de problemas coletivos, e discussão e debate na sala de aula). O trabalho comum é portador de tensões dialéticas devido às contradições emocionais e conceituais do qual é feito. Através dele, o saber aparece sensorialmente na sala de aula (por meio da ação, da percepção, dos símbolos, dos artefatos, dos gestos, da linguagem), da mesma maneira, e com força estética similar, a qual a música aparece de forma auditiva em uma sala de concertos através do trabalho comum dos membros da orquestra.

Esta visão da professora e dos estudantes está em harmonia com o projeto educacional geral no qual se baseia a TO. A TO está inscrita em uma compreensão da educação matemática como um esforço político, societário, histórico e cultural. Tal esforço visa à criação dialética de sujeitos reflexivos e éticos que se posicionem criticamente em práticas matemáticas constituídas histórica e culturalmente, ponderando e deliberando sobre novas possibilidades de ação e pensamento. O que a TO trata não é,

portanto, apenas o reino do saber, mas também o reino do tornar-se. Ou seja, na TO o foco muda de como os estudantes recebem saber (ensino tradicional) e como os estudantes constroem seu próprio saber (construtivismo), para como professores e estudantes produzem o saber em sala de aula tendo como pano de fundo a cultura e a história. Contudo o foco também se desloca para a forma como os professores e estudantes coproduzem a si mesmos como sujeitos, em geral, e como sujeitos da educação, em particular.

Artefatos, signos e linguagem

Acabei de dizer que, nas descrições sobre o ensino e a aprendizagem, a TO se concentra nos professores e nos estudantes. E quanto aos artefatos, aos signos matemáticos, à linguagem e à cultura material em geral? Eles também são levados em conta. No entanto, o posicionamento teórico é diferente do que encontramos em outras pesquisas socioculturais. Deixe-me explicar a ideia considerando o caso da linguagem. Na primeira seção deste capítulo, mencionei que a linguagem era uma das orientações teóricas na base da emergência das teorias socioculturais na educação matemática. O interesse pela linguagem não tem diminuído. Pelo contrário, nas duas últimas décadas, a linguagem tornou-se uma das mais proeminentes áreas de pesquisa na educação matemática (Radford e Barwell 2016). Tal proeminência não deve ser uma surpresa.

De fato, no coração das teorias socioculturais desenvolvidas na antropologia e na sociologia, encontramos uma luta constante para entender o problema da relação entre o indivíduo e o social, o subjetivo e o objetivo, a vida

interior e exterior, a experiência e a forma. É neste contexto que, no trabalho de Wilhelm von Humboldt (1929[1998]), Ernst Cassirer (1923[1980]) e Valentin Voloshinov (1973), a linguagem passou a ser considerada a ligação entre as culturas e seus indivíduos. Voloshinov (1973, também grafado como Vološinov), por exemplo, voltou-se para o signo. Considerava o signo simultaneamente subjetivo (no sentido de que é produzido por um indivíduo e expressa as suas intenções) e objetivo (no sentido de que a expressividade do signo está inserida num sistema cultural de expressões e valores). O signo assegura um entrelaçamento entre o subjetivo e o objetivo de modo que “A própria noção de uma diferença fundamental e qualitativa entre o elemento [da vida] interior e o exterior é inválida para começar» (Voloshinov 1973, p. 85). Nas explicações de Voloshinov, o sinal por excelência é a palavra. “A palavra está presente em cada ato de compreensão e em cada ato de interpretação” (Voloshinov 1973, p. 15). “A palavra está implicada literalmente em cada ato ou contato entre pessoas” (p. 19). Baseando-se nessa concepção da palavra, Voloshinov, assim como Mikhail Bakhtin (1979[1986]), vê a linguagem e a literatura não apenas como um dos campos da experiência estética e da cognição, mas como o campo central através do qual os outros campos culturais são refratados. Para eles, é através da linguagem e da literatura que a realidade é produzida e interpretada. O problema do indivíduo e do social, do subjetivo e do objetivo, da vida interior e exterior, da experiência e da forma, é resolvido, segundo a explicação de Voloshinov, na tensão dialética entre as relativamente estáveis formas centrípetas da cultura (condensada pelo romance) e as formas centrífugas de resistência e novidade (condensadas na ideia de Bakhtin de *carnaval*). No entanto, como observa Tihanov,

Vološinov acabou reduzindo a cultura a um único-ideal-modo de existência. . . [no qual] a língua teve um papel proeminente

e autônomo na formação da vida social. Assim, Vološinov perseguiu um tipo de teorização, no campo do pensamento social, centrado na linguagem. (Tihanov 1998, p. 615)

E assim fez Lev Vygotsky (1987), embora por outras razões.

A TO toma um caminho diferente que ficará claro na próxima seção. Por enquanto, vale a pena notar que o papel exato dos artefatos, dos signos e da linguagem na formação social da mente tem sido uma questão controversa desde a inserção de teorias socioculturais – e até mesmo na evolução da mesma teoria sociocultural. Este é o caso da teoria histórico-cultural de Vygotsky. Sabemos, por exemplo, que na década de 1920, tentando entender o papel da sociedade na cognição do indivíduo, Vygotsky formulou sua famosa “lei genética do desenvolvimento cultural”. A lei genética de Vygotsky afirma que “Toda função [psíquica] aparece duas vezes no desenvolvimento cultural da criança: primeiro, no nível social, e mais tarde, no nível individual” (Vygotsky 1930[1978, p. 57]). A internalização é precisamente a que assegura a passagem do nível social para o individual. A ideia de internalização é formulada em termos do papel que os signos desempenham nela. Sem signos, o conceito de internalização não faz sentido: “A internalização de formas culturais de comportamento”, diz Vygotsky, “envolve a reconstrução da atividade psicológica tendo como base as operações com signos” (Vygotsky 1930[1978, p. 57]).

Como podemos ver, o conceito de internalização e as ideias concomitantes de signos como ferramentas e mediação semiótica foram as categorias teóricas centrais no estudo de Vygotsky sobre a mente, no período que vai aproximadamente de 1927 a 1931. Esses conceitos pertencem ao que os estudiosos vygotskianos contemporâneos chamam a “fase” ou “momento”

instrumental de Vygotsky (para detalhes veja Presmeg, Radford, Roth e Kadnuz 2016). González Rey (2009) qualifica o momento 1927-1931 como um giro instrumental. Entretanto, no final de sua vida, Vygotsky estava movendo-se na direção de um programa de pesquisa mais abrangente caracterizando a consciência como um sistema semiótico sistêmico. Embora os sinais e as ferramentas permanecessem presentes, eles perderam o seu sabor tecnológico da fase instrumentalista, “onde a psique ainda era vista por analogia com uma máquina, um dispositivo técnico” (Zavershneva 2010, p. 72). Sinais e ferramentas passaram a ser considerados em termos do que eles significam e deram lugar a um estudo programático da consciência no qual o afeto, as emoções e o significado foram trazidos à tona. Vygotsky observou: “A consciência como um todo tem uma estrutura semântica. Julgamos a consciência pela sua estrutura semântica ... A análise semiótica é o único método adequado para o estudo da estrutura sistêmica e semântica da consciência” (Vygotsky 1987[1997, p. 137]).

Em alguns manuscritos de 1934, Vygotsky escreve: “Existem duas unidades de atividade dinâmica: pensar [mento] e atividade real ... De fato, o papel do pensar [mento] na atividade consiste em introduzir novas possibilidades dinâmicas para a atividade” (*apud* Zavershneva 2010, p. 83). Dentro do programa de pesquisa que Vygotsky estava imaginando no final de sua vida, pensamento e atividade se entrelaçaram. Tal movimento não significa que a importância dos signos e artefatos seja diminuída. Parece agora submetido a um conceito diferente e mais abrangente: o conceito de atividade.

Eu discuto o conceito de atividade em mais detalhe na seção seguinte.

A categoria teórica central e da unidade metodológica de análise da TO é a atividade. Desde o início, portanto, a TO se coloca dentro de uma perspectiva teórica diferente daquela na qual a linguagem, discurso e literatura aparecerem como o campo final da experiência estética e cognição. Esta escolha teórica e metodológica não descarta o papel da linguagem no processo de conhecer e tornar-se, mas afirma o papel ontológico e epistemológico fundamental da matéria, corpo, movimento, ação, ritmo, paixão e sensação.

Por trás dessa postura teórica repousa uma concepção antropológica específica do ser humano. Os seres humanos, seguindo a posição Spinozista (veja Spinoza 1667[1989]) de Marx (1932[1998]), são considerados como parte da natureza: eles são seres naturais. Assumir que os seres humanos são seres naturais significa que eles são seres sensíveis, inevitavelmente afetados pelas outras partes da natureza. Neste contexto, sensações e paixões são conceituados como afirmações ontológicas da natureza do indivíduo como seres naturais (Fischbach 2005[2014]).

Uma consequência importante desta postura teórica é que a existência do indivíduo não pode ser concebida como uma entidade substancial, produzida a partir de dentro, conforme articulado pela tendência humanista do Iluminismo. A existência do indivíduo é completamente relacional. Parece ser profundamente vinculada a um conjunto de relações com outras partes da natureza - incluindo natureza relações sociais - e baseia-se em condições de vida constituídas culturalmente e historicamente. Nesta linha de pensamento, de ser um ser natural significa também que, como outros seres vivos naturais, os seres

humanos são (1) os seres de necessidade que (2) encontram a sua satisfação em objetos fora de si mesmos.

Para atender às suas necessidades (necessidades de sobrevivência e também artísticas, espirituais, e outras necessidades criadas pela/na sociedade), os seres humanos se engajam ativamente no mundo. Eles produzem. O que eles produzem para satisfazer as suas necessidades ocorre num processo social, que é, ao mesmo tempo, o processo de inscrição dos indivíduos no mundo social e da produção da sua própria existência. No materialismo dialético, o nome deste processo é a atividade. Sensorial, a atividade material é considerada o campo definitivo da experiência estética e da cognição.

Essa concepção de atividade é muito diferente de concepções habituais que entendem a atividade como uma série de ações realizadas por um indivíduo na realização de seu objetivo. No materialismo dialético, a atividade é algo mais. É precisamente a forma específica na qual os indivíduos expressam sua vida. “A maneira como indivíduos expressam sua vida é a sua maneira de ser. O que eles são, portanto, coincide com a sua produção, tanto com o que eles produzem, quanto com o modo como eles produzem” (Marx 1932[1998, p. 37]). Atividade, em suma, é uma forma social do esforço conjunto que compreende a autoexpressão, desenvolvimento intelectual e social, e prazer estético. É um processo em um sistema de relações sociais que realiza a natureza social dos seres humanos.

Articulando uma abordagem psicológica baseada na ideia materialista dialética da atividade, Leont’ev (1978) sugeriu uma estrutura básica de atividade. Uma atividade para ele é caracterizada por seu objeto e seu motivo. O objeto e motivo de uma atividade são os motores que mantêm a atividade em movimento. Na prática, na busca do objeto da atividade, os indivíduos desmembram o objeto em uma sequência de objetivos

com os quais as ações estão associadas. No “Anexo” de seu importante livro de 1978 – um suplemento dedicado a questões educacionais – Leont’ev discute as condições sob as quais um determinado conteúdo teórico de aprendizagem pode ser significativamente percebido pelo aluno. Ele sustenta que “a fim de que o conteúdo percebido seja reconhecido, é necessário que ele ocupe o lugar estrutural do objetivo de ação direta da atividade do sujeito, e assim que ele apareça numa relação correspondente ao motivo desta atividade” (Leont’ev 1978, p. 153).

É, portanto, por meio da atividade e a interligação estrutural entre motivo, objeto, objetivo e ações que o conteúdo de aprendizagem torna-se revelado à consciência do aluno.

A Teoria da Atividade, como esta abordagem sociocultural é conhecida (ver, por exemplo, Engeström 1987; Kaptelinin, Kuutti e Bannon 1995), teve um impacto importante sobre a educação em geral e no ensino da matemática em particular (ver Roth e Radford 2011). No entanto, focando-se no aspecto processual da atividade, a atividade é reduzida a sua dimensão operacional e funcional, erradicando-se dela as dimensões estéticas e políticas de produção e criação. O relato da atividade culmina, infelizmente, em uma maçante análise tecnológica do que foi originalmente pensado como a experiência sensível da vida humana.

O conceito de trabalho conjunto

No materialismo dialético (ver, por exemplo, Ilyenkov 1977), o saber (matemático, científico, artístico, legal etc.) é considerado como constituído de formas de ação humana que se tornaram historicamente e culturalmente sintetizadas. Eles

são formas sintetizadas de ação que suportam as contradições políticas da vida humana. Eles estão sempre no processo de movimento contínuo, incessantemente transformado na prática, constantemente nasce e renasce. Em vez de ser conceitualmente neutro, o saber permite ver sempre o mundo de uma certa maneira. Isto quer dizer que, inevitavelmente, o saber já expressa uma ideologia específica. A álgebra simbólica do Renascimento, por exemplo, expressa a postura teórica da razão instrumental do Ocidental século XVI e as abstrações sociais apresentadas pelo capitalismo mercantilista emergente. Saber pertence a uma esfera imaterial da cultura, que é entrelaçada com o mundo material dos objetos e ações humanas. Esta esfera imaterial da cultura é parte do que Marx (1932[1998]) chamou o reino não-orgânico da natureza e também faz parte das condições a partir das quais a existência humana é produzida.

No entanto, os estudantes geralmente não podem perceber, notar, e acessar o saber diretamente. A fita métrica que usamos em ambientes de construção é um bom exemplo. O trabalho de Lacroix (2014) mostra como é difícil para aprendizes em formação para o comércio de tubos atribuírem o sentido aritmético para frações de polegadas que estão por trás da fita métrica. A inteligência humana incorporada na fita métrica não aparece de uma forma direta e imediata; nem pode ser reconstruída com base na experiência pessoal isolada. Na verdade, nenhuma experiência pessoal, independentemente de quão rica ela seja, consegue estabelecer por conta própria um sistema cultural de ideias, como a aritmética da $(1/2)^n$ polegada por trás da fita métrica, o sistema legal romano, lógica formal ou a teoria dos conjuntos. Um empreendimento dessa magnitude requer não somente o tempo de uma vida, mas milhares (Leontiev 1968), e talvez ainda mais.

A produção/reconhecimento de saber é de fato um fenômeno mediado. O saber é criado e recriado apenas através de atividade sensorial cultural-histórica e pode entrar em existência sensorial apenas em e através da atividade. É somente nas explicações subjetivistas idealistas de conhecimento que a identidade entre sujeito que busca saber e o objeto do saber é pressuposta.

Do ponto de vista da TO, a produção de saber da sala de aula e sua revelação progressiva à consciência dos estudantes está enredada com o desenvolvimento da atividade de sala de aula que faz tal produção / revelação possível. Como resultado, o tipo de atividade matemática em sala de aula torna-se extremamente importante no ensino e na aprendizagem. Na aprendizagem tradicional, a participação dos estudantes na revelação do saber é minimizada, como o resultado os estudantes estão alienados da aprendizagem significativa. Eles não podem expressar-se nos produtos de sua aprendizagem. Na chamada aprendizagem reformada e sua pedagogia piagetiana centrada no aluno, os estudantes são deixados às próprias cogitações; eles expressam a si mesmos, mas permanecem aprisionados dentro dos limites do seu mundo subjetivo, vivendo uma existência unilateral, isolada de perspectivas culturais e históricas em geral e, portanto, alienada delas.

A TO é uma tentativa de restaurar a ideia de atividade em geral e da atividade em sala de aula, em particular, como formas não-alienantes da vida. Para evitar confusões com outros significados, e para enfatizar a ideia de atividade como uma forma de vida estética produzida historicamente, aonde a matéria, corpo, movimento, ação, ritmo, paixão, e sensação vêm à tona, a atividade, na TO, é denominada trabalho conjunto.

O conceito de trabalho conjunto oferece uma reconceitualização do ensino e da aprendizagem. Em trabalho

conjunto, os estudantes não são reduzidos a um papel de simples sujeitos cognitivos. Eles não aparecem como sujeitos passivos recebendo saber ou como sujeitos autônomos que constroem seu próprio saber. Na mesma linha, os professores não são reduzidos a um papel de agentes tecnológicos e burocráticos – guardiões e executores do currículo. Eles não aparecem como possuidores de saber que entregam ou transmitem saber para os estudantes diretamente ou através de estratégias facilitadoras. O conceito de trabalho conjunto torna a ideia operacional de professores e estudantes, introduzidas em seção anterior, como indivíduos que trabalham juntos. Este conceito sugere uma perspectiva educacional que visualiza o ensino e a aprendizagem não como duas atividades separadas, mas como uma única e mesma atividade: aquela na qual professores e estudantes, embora sem fazer as mesmas coisas, empenam-se em conjunto, intelectual e emocionalmente, para a produção do que chamamos, um trabalho comum.

Vamos fazer uma pausa por um momento e imaginar o problema do cofrinho que discutimos em seção anterior, mas desta vez em um cenário diferente. Vamos imaginar que o episódio se desdobre agora de acordo com o modelo educacional transmissivo do ensino direto. A professora está na frente da classe e diz aos estudantes como resolver o problema. Os estudantes ouvem e tomam algumas notas. Podemos dizer que há trabalho conjunto aqui? Vamos repetir a mesma experiência do pensamento, mas desta vez o episódio se desenrola de acordo com o modelo construtivista centrado no aluno. Os estudantes estão tentando por si mesmos resolver o problema do cofrinho e a professora se abstém de intervir. Podemos dizer que há trabalho conjunto aqui? Em ambos os casos, o que os professores e estudantes estão fazendo não se refere a um sistema dinâmico orientado para a satisfação de necessidades coletivas.

Professores e estudantes estão envolvidos em atividade de sala de aula, mas não é uma atividade no sentido dialético do termo. Mais especificamente, no modelo transmissivo, professores e estudantes estão envolvidos em uma coordenação funcional e técnica das ações: por um lado, a professora diz; por outro lado, os estudantes ouvem e tentam dar sentido por si mesmos ao que a professora faz e diz. No modelo construtivista, “o professor e os alunos constroem interpretações individuais que eles tomam como sendo compartilhadas com os outros” (Cobb, Yackel e Wood 1992, p. 17). O que resulta de tal atividade não pode ser um “trabalho comum”, mas algo que é meramente “compartilhado”.

Na TO, os encontros dos alunos com o saber matemático historicamente constituído, materializado no trabalho comum dos professores e dos estudantes, são denominados processos de objetivação (Radford 2008; 2014). O episódio do cofrinho nos fornece um exemplo de um processo de objetivação. Trabalhando em conjunto, Ms. Giroux e os estudantes estão produzindo (através de gestos, postura, a atividade perceptual, linguagem, artefatos) um trabalho comum, que permite que os estudantes se tornem progressivamente conscientes de uma maneira diferente de pensar sobre o problema (a maneira co-variacional de pensar).

Por meio destes processos sociais, materiais, encarnados e semióticos, os estudantes e os professores não só criam e recriam saber, mas eles também se coproduzem como sujeitos em geral e como sujeitos da educação, em particular. Mais precisamente, eles produzem subjetividades; isto é, indivíduos singulares em formação. É por isso que, a partir dessa perspectiva, os processos de objetivação são ao mesmo tempo os processos de subjetivação.

O conceito de trabalho conjunto recorre a: (a) formas coletivas específicas de produção de saber em sala de aula, e (b) modos definidos de colaboração humana que repousam sobre a ética comunitária crítica. As formas éticas de colaboração

humana são movidas por uma atitude geral face ao mundo e servem para configurar o trabalho conjunto de professores e estudantes em sala de aula (para alguns exemplos, ver Radford e Roth 2011 e Radford 2012). Estas formas críticas e éticas comunitárias distorcem as fronteiras que separam os professores dos estudantes. Professores e estudantes trabalham em conjunto como um só. Este compromisso ético é o que vemos no exemplo do cofrinho quando, por exemplo, na linha 29 a professora interage com os estudantes e os convida a ver a estratégia de resolução de problemas sob uma nova luz. Os estudantes respondem ao chamado da professora e, trabalhando com a professora, se esforçam para dar sentido à interpretação dessa nova estratégia.

O conceito de trabalho conjunto conduz a um novo conceito de sala de aula de matemática. A sala de aula aparece como um espaço público de debates no qual os alunos são encorajados a mostrar abertura para com os outros, responsabilidade, solidariedade, cuidado e consciência crítica. A sala de aula, na verdade aparece como um espaço de encontros, onde professores e estudantes se tornam o que Paulo Freire (2004) denominou presenças no mundo. Ou seja, a sala de aula aparece como um espaço de encontros, dissidência e subversão, no qual professores e estudantes se tornam indivíduos que são mais do que seres no mundo, eles são indivíduos com um interesse investido no outro e em sua empreitada comum; indivíduos que intervêm, transformam, sonham, apreendem, sofrem e esperam juntos.

Síntese

Neste capítulo, eu tentei posicionar a TO entre outras abordagens socioculturais. Para fazer isso, eu comecei

resumindo o surgimento de teorias socioculturais em Educação Matemática, com um foco particular nas formas de teorizar o ensino e a aprendizagem orientadas para a linguagem. A ideia não era comparar a TO com cada abordagem sociocultural existente na pesquisa em educação matemática, mas destacar algumas das diferenças entre algumas tendências importantes – daí a minha escolha de teorias orientadas para a linguagem. Eu delineei alguns dos conceitos-chave da TO e foquei, em particular, o conceito de atividade, o conceito central da TO que a teoria reconceitualiza como o trabalho conjunto para trazer à tona a importância ontológica e epistemológica da atividade como uma forma de vida. O conceito de trabalho conjunto anda de mãos dadas com um conceito materialista dialético de saber e de sujeito que busca o saber. Por meio desses conceitos a TO reformula o ensino-e-aprendizagem como um fenômeno ético histórico-cultural, proporcionando à TO uma orientação distinta dentre a pesquisa sociocultural na educação matemática.

Referências

- ARZARELLO, F.; BAZZINI, L. e CHIAPPINI, C. (1994). “The process of naming in algebraic problem solving”, in: PONTE, J. P. D. e MATOS, J. F. (eds.) *Proceedings of the 18th international conference for the psychology of mathematics education*, vol. 2. Lisboa, Portugal: University of Lisbon, pp. 40-47.
- ATWEH, B. e COOPER, T. (1991). “Hegemony in the mathematics curricula: The effect of gender and social class on the organization of mathematics teaching for year 9 students”, in: FURINGHETTI, F. (ed.) *Proceedings of the fifteenth*

conference of the international group for the psychology of mathematics education. Assisi, Itália: PME, pp. 88-95.

ATWEH, B.; FORGASZ, H. e NEBRES, B. (2001). *Sociocultural research on mathematics education*. Mahwah, Nova Jersey: Lawrence Erlbaum.

BAKHTIN, M. M. (1979[1986]). *Speech genres and other late essays*. Austin: University of Texas Press.

BARTOLINI BUSSI, M. (1991). "Social interaction and mathematical knowledge", in: FURINGHETTI, F. (ed.) *Proceedings of the fifteenth annual conference of the international group for the psychology of mathematics education*. Assisi, Itália: PME, pp. 1-16.

BARTOLINI BUSSI, M. e MARIOTTI, M. A. (1999). "Semiotic mediation: From history to the mathematics classroom." *For the Learning of Mathematics*, 19(2), pp. 27-35.

BARTOLINI BUSSI, M. e MARIOTTI, M. A. (2008). "Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artefacts and signs after a vygotskian perspective", in: ENGLISH, L. (ed.) *Handbook of international research in mathematics education*. Nova York: Routledge, Taylor and Francis, pp. 746-783.

BISHOP, A. (1985). "The social psychology of mathematics education", in: STREEFLAND, L. (ed.) *Proceedings of the 9th conference of the international group for the psychology of mathematics education*, vol. 2. The Netherlands: PME, pp. 1-13.

BISHOP, A. (1988). *Mathematics education and culture*. Dordrecht: Kluwer.

BISHOP, A. e POMPEU, G. (1991). "Influences of an ethnomathematical approach on teacher attitudes to mathematics education", in: FURINGHETTI, F. (ed.) *Proceedings of the 15th conference of the international*

- group for the psychology of mathematics education, vol. 1. Assisi, Itália: PME, pp. 136-143
- BOERO, P.; PEDEMONTE, B. e ROBOTTI, E. (1997). "Approaching theoretical knowledge through voices and echoes: A Vygotskian perspective." *Proceedings of the 21st international conference for the psychology of mathematics education*, vol. 2. Lahti, Finlândia: PME, pp. 81-88
- BOURDIEU, P. (1998). *Practical reason. On the theory of action*. Stanford, California: Stanford University Press.
- BROWN, T. (2010). "Truth and the renewal of knowledge: The case of mathematics education." *Educational Studies in Mathematics*, 75(3), pp. 329-343.
- CANTORAL, R. (2013). *Teoría socioepistemológica de la matemática educativa*. Barcelona: Editorial Gedisa.
- CASSIRER, E. (1923[1980]). *The philosophy of symbolic forms*, vol. 1: *Language*. New Haven e Londres: Yale University Press.
- COBB, P.; YACKEL, E. e WOOD, T. (1992). "A constructivist alternative to the representational view in mathematics education." *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(1), pp. 2-33.
- D'AMBROSIO, U. (1985). "Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics." *For the Learning of Mathematics*, 5(1), pp. 44-48.
- DURKHEIM, E. (1912[1965]). *The elementary forms of religious life*. Nova York: The First Free Press.
- ELLERTON, N. (1991). "Classroom discourse and mathematics learning." *Proceedings of the 15th conference of the international group for the psychology of mathematics education*, vol. 2. Assisi, Itália: PME, pp. 17-24

- ENGESTRÖM, Y. (1987). *Learning by expanding: An activity-theoretical approach to developmental research*. Helsinki: Orienta-Konsultit Oy.
- FISCHBACH, F. (2005[2014]). *La production des hommes*. Paris: Vrin.
- FREIRE, P. (2000[2004]). *Pedagogy of indignation*. Boulder, Colorado: Paradigm Publishers.
- GONZÁLEZ REY, F. (2009). “Historical relevance of Vygotsky’s work: Its significance for a new approach to the problem of subjectivity in psychology.” *Outlines*, 1, pp. 59-73.
- HARRÉ, R. e GILLET, G. (1994). *The discursive mind*. Londres: Sage
- HEGEL, G. (1830[1991]). *The encyclopaedia logic*. Indianapolis: Hackett Publishing Company.
- HEGEL, G. (1837[2001]). *The philosophy of history*. Kitchener, ON: Batoche Books.
- ILYENKOV, E. V. (1977). *Dialectical logic*. Moscow: Progress Publishers.
- JACOTOT, J. (1828). *Enseignement universel, mathématiques*. Louvain: G. Guelens.
- KAPTELININ, V.; KUUTTI, K. e BANNON, L. (1995). “Activity Theory: Basic Concepts and Applications”, in: BLUMENTHAL *et al.* (eds.) *Human-Computer Interaction. Lecture Notes in Computer Science*. Springer.
- LACROIX, L. (2014). “Learning to see pipes mathematically: Preapprentices’ mathematical activity in pipe trades training.” *Educational Studies in Mathematics*, 86, pp. 157-176.
- LAVE, J. (1988). *Cognition in practice*. Cambridge: Cambridge University Press.

- LAVE, J. e WENGER, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- LEA, H. (1990). "Spatial concepts in the Kalahari", in: BOOKER, T.; COBB, P. e MENDICUTI, G. (eds.) *Proceedings of the 14th conference of the international group for the psychology of mathematics education*, vol. 2. Mexico DF: PME, pp. 259-266
- LEONT'EV, A. N. (1978). *Activity, consciousness, and personality*. Englewood Cliffs, Nova Jersey: Prentice-Hall.
- LEONTIEV [or LEONT'EV], A. N. (1968). "El hombre y la cultura", in: LEONTIEV, A. *El hombre y la cultura: Problemas teóricos sobre educación*. México: Editorial Grijalbo, pp. 9-48.
- LERMAN, S. (1992). "The function of language in radical constructivism: A Vygotskian perspective", in: GEESLIN, W. e GRAHAM, K. (eds.) *Proceedings of 16th conference of international group for the psychology of mathematics education*, vol. 2. New Hampshire: PME, pp. 40-47
- LERMAN, S. (1996a). "Guest editorial." *Educational Studies in Mathematics* (Special Issue: Socio-cultural Approaches to Mathematics Teaching and Learning), 31(1-2), pp. 1-9.
- LERMAN, S. (1996b). "Intersubjectivity in mathematics learning: A challenge to the radical constructivist paradigm?" *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(2), pp. 133-150.
- LERMAN, S. (2006). "Socio-cultural research in PME", in: GUTIÉRREZ, A. e BOERO, P. (eds.) *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*. Rotterdam: Sense Publishers, pp. 347-366.
- LÉVI-STRAUSS, C. (1962). *La pensée sauvage*. Paris: Plon.
- MARTIN, J. (2004). "The educational inadequacy of conceptions of self in educational psychology." *Interchange: A Quarterly Review of Education*, 35, pp. 185-208.

- MARX, K. (1932[1998]). *The German ideology, including theses on Feuerbach and introduction to the critique of political economy*. Nova York: Prometheus Books.
- PINAR, W. F. e IRWIN, R. L. (2005). *Curriculum in a new key: The collected works of Ted T. Aoki*. Mahwah: Lawrence.
- PRESMEG, N.; RADFORD, L.; ROTH, W. e KADUNZ, G. (2016). *Semiotics in mathematics education*. Suiça: Springer.
- RADFORD, L. (2008). "The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning", in: RADFORD, L.; SCHUBRING, G. e SEEGER, F. (eds.) *Semiotics in mathematics education: Epistemology, history, classroom, and culture*. Rotterdam: Sense Publishers, pp. 215-234.
- RADFORD, L. (2012). "Education and the illusions of emancipation." *Educational Studies in Mathematics*, 80(1), pp. 101-118.
- RADFORD, L. (2014). "De la teoría de la objetivación." *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), pp. 132-150.
- RADFORD, L. e BARWELL, R. (2016). "Language in mathematics education research", in: GUTIÉRREZ, A.; LEDER, G. e BOERO, P. (eds.) *The second handbook of research on the psychology of mathematics education. The journey continues*. Rotterdam: Sense, pp. 275-313.
- RADFORD, L. e ROTH, W.-M. (2011). "Intercorporeality and ethical commitment: An activity perspective on classroom interaction." *Educational Studies in Mathematics*, 77(2-3), pp. 227-245.
- ROTH, W.-M. e RADFORD, L. (2011). *A cultural historical perspective on teaching and learning*. Rotterdam: Sense Publishers.
- SFARD, A. (2001). "There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning." *Educational Studies in Mathematics*, 46, pp. 13-57.

- SFARD, A. (2008). *Thinking as communicating*. Cambridge: Cambridge University Press.
- SHWEDER, R. e LEVINE, R. (1984). *Culture theory. Essays on mind, self, and emotion*. Cambridge: Cambridge University Press.
- SPINOZA, B. (1667[1989]). *Ethics including the improvement of the understanding*. Buffalo: Prometheus.
- TIHANOV, G. (1998). “Vološinov, ideology, and language: The birth of marxist sociology from the spirit of Lebensphilosophie.” *The South Atlantic Quarterly*, 97(3-4), pp. 599-621.
- VOLOSHINOV, V. N. (1973). *Marxism and the philosophy of language*. Nova York: Seminar Press.
- VON HUMBOLDT, W. (1929[1998]). *On language: The diversity of human language-structure and its influence on the mental development of mankind*. Cambridge University Press.
- VYGOTSKY, L. S. (1926[1997]). *Educational psychology*. Boca Raton, Florida: St. Lucie Press.
- VYGOTSKY, L. S. (1930[1978]). *Mind in society*. Cambridge, Ma: Harvard University Press.
- VYGOTSKY, L. S. (1987). *Collected works*, vol. 1. RIEBER, R. W. e CARTON, A. S. (eds.). Nova York: Plenum.
- VYGOTSKY, L. (1987[1997]). *Collected works*, vol. 3. Nova York: Plenum.
- WILLIAMS, J. (2016). “Alienation in mathematics education: Critique and development of neo-Vygotskian perspectives.” *Educational Studies in Mathematics*, (92), pp. 59-73.
- ZAVERSHNEVA, E. (2010). “The way of freedom (On the publication of documents from the family archive of Lev Vygotsky).” *Journal of Russian and East European Psychology*, 48(1), pp. 61-90.